



## 10.2. Тригонометрия – Базовый уровень.

### Оглавление

10.09. Тригонометрические функции суммы и разности двух углов. ....	2
10.10. Тригонометрические функции двойного угла. ....	5
10.11. Преобразование в произведение сумм и разностей тригонометрических функций. ....	11
10.12. Преобразование произведений в полусумму и полуразность. ....	14
10.13. Формулы понижения степени и формулы половинного угла. ....	16
10.14. Преобразования синуса двойного угла. ....	18
10.15. Преобразования. ....	20
10.16. Тригонометрия Базовый уровень. Итоговые тесты. ....	28

100ballov.by



## 10.09. Тригонометрические функции суммы и разности двух углов.

К Вашему глубочайшему сожалению, ВСЕ ФОРМУЛЫ данного и последующих разделов Вам придётся ВЫУЧИТЬ НАИЗУСТЬ. Причём как СПРАВА НАЛЕВО, так и СЛЕВА НАПРАВО.

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}, \quad \operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}, \quad \operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{1 + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}$$

**ПРИМЕР.** Вычислить  $\cos 75^\circ$ .

**РЕШЕНИЕ:** Так как  $75^\circ = 45^\circ + 30^\circ$ , то в соответствии с формулой  $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$  находим:

$$\cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} - 1).$$

**ОТВЕТ:**  $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} - 1)$

**ЗАМЕЧАНИЕ:** Обратите внимание, что мы всегда будем стараться заменить данный нам угол суммой или разностью таких углов, для которых известны величины тригонометрических функций.

### **ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ:**

1. Вычислите с помощью формул сложения:  $\sin 150^\circ$ .
2. Вычислите с помощью формул сложения:  $\operatorname{tg} 165^\circ$ .
3. Вычислите с помощью формул сложения:  $\cos \frac{5\pi}{4}$ .
4. Вычислите:  $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$ , если  $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .
5. Упростите выражение:  $\cos 2\alpha \cdot \cos 3\alpha - \sin 2\alpha \cdot \sin 3\alpha$ .
6. Упростите выражение:  $\sin 2\alpha \cos\alpha - \cos 2\alpha \sin\alpha$ .
7. Упростите выражение:  $\sin(\alpha - \beta) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sin\beta$ .
8. Вычислите:  $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ .
9. Упростите выражение:  $\cos\left(\frac{\pi}{5} + \alpha\right) \cos\left(\frac{3\pi}{10} - \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{5} + \alpha\right) \sin\left(\frac{3\pi}{10} - \alpha\right)$ .

### **ОТВЕТЫ:**

- |  |                          |                                 |
|--|--------------------------|---------------------------------|
| <b>1.</b> 0,5                          | <b>2.</b> $\sqrt{3} - 2$ | <b>3.</b> $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ |
| <b>4.</b> $-\frac{3+4\sqrt{3}}{10}$    | <b>5.</b> $\cos 5\alpha$ | <b>6.</b> $\sin\alpha$          |
| <b>7.</b> $\sin\alpha \cdot \cos\beta$ | <b>8.</b> 0              | <b>9.</b> 0                     |



## ТЕСТ 10.09.01.

1. Вычислите с помощью формул сложения  $\sin 105^\circ$ .

1)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$       2)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$       3)  $-\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$       4)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(1-\sqrt{3})$

2. Вычислите с помощью формул сложения  $\cos 15^\circ$ .

1)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$       2)  $-\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$       3)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(1-\sqrt{3})$       4)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$

3. Вычислите с помощью формул сложения  $\sin 75^\circ$ .

1)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$       2)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(1-\sqrt{3})$       3)  $-\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$       4)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$

4. Вычислите:  $\sin(\alpha+\beta)$ , если  $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$ ,  $\cos \beta = -\frac{2}{3}$ ,  $\alpha, \beta \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

1)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$       2)  $\frac{2(\sqrt{10}+1)}{9}$       3)  $\frac{2(\sqrt{10}+1)}{3}$       4)  $\frac{(\sqrt{2}+1)}{9}$

5. Упростите выражение:  $\sin\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)-\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)$ .

1)  $\sin \alpha$       2)  $\cos \alpha$       3) 0      4) -1

6. Упростите выражение:  $\sin 2\alpha \cdot \cos 3\alpha + \cos 2\alpha \cdot \sin 3\alpha$ .

1)  $\sin 5\alpha$       2)  $\sin \alpha$       3)  $\cos \alpha$       4)  $\cos 5\alpha$

7. Упростите выражение:  $\cos \alpha \cos 2\alpha + \sin(-\alpha) \sin 2\alpha$ .

1)  $\cos 3\alpha$       2)  $\cos \alpha$       3)  $\sin \alpha$       4)  $\sin 3\alpha$

8. Упростите выражение:  $\cos \alpha \cdot \cos 2\alpha - \sin(-\alpha) \cdot \sin 2\alpha$ .

1)  $\cos 3\alpha$       2)  $\cos \alpha$       3)  $\sin \alpha$       4)  $\sin 3\alpha$

9. Упростите выражение:  $\cos\left(\frac{3\pi}{4}+\alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{4}+\alpha\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$ .

1)  $\cos \alpha$       2)  $\sin \alpha$       3) 0      4) -1

10. Упростите выражение:  $\cos(\alpha+\beta) - \sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)$ .

1)  $\sin \alpha \cdot \sin \beta$       2)  $-\sin \alpha \cdot \sin \beta$       3)  $\cos \alpha \cdot \cos \beta$       4)  $-\cos \alpha \cdot \cos \beta$

11. Упростите выражение:  $\sin\left(\frac{3\pi}{5}-\alpha\right) \cdot \cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{5}-\alpha\right) \cdot \sin\left(\alpha+\frac{2\pi}{5}\right)$ .

1)  $-\cos \alpha$       2)  $\sin \alpha$       3) 1      4) 0

12. Вычислите:  $5\sqrt{17} \sin \alpha$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = -4$ ,  $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$ .

1)  $10\sqrt{17}$       2) -20      3) -10      4)  $-10\sqrt{17}$



## ТЕСТ 10.09.02.

1. Вычислите с помощью формул сложения  $\cos 165^\circ$ .

- 1)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$     2)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(1-\sqrt{3})$     3)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$     4)  $-\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$

2. Вычислите с помощью формул сложения  $\operatorname{ctg} 105^\circ$ .

- 1)  $2-\sqrt{3}$     2)  $\sqrt{3}-2$     3)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$     4)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(1-\sqrt{3})$

3. Вычислите с помощью формул сложения  $\cos \frac{\pi}{12}$ .

- 1)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(1-\sqrt{3})$     2)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$     3)  $-\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$     4)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$

4. Вычислите с помощью формул сложения:  $\sin \frac{4\pi}{3}$ .

- 1)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$     2)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$     3)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     4)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. Вычислите:  $\sin(\alpha - \beta)$ , если  $\sin \alpha = -\frac{12}{13} \left( \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \right)$ ,  $\cos \beta = \frac{24}{25} \left( 0 < \beta < \frac{\pi}{2} \right)$ . Ответ записать в виде десятичной дроби с двумя знаками после запятой, используя правила округления.

- 1) 0,77    2) 0,79    3) -0,79    4) -0,78

6. Упростите выражение:  $\sin \alpha \cdot \cos 2\alpha - \cos \alpha \cdot \sin 2\alpha$ .

- 1)  $\sin \alpha$     2)  $-\sin \alpha$     3)  $-\sin 3\alpha$     4)  $\sin 3\alpha$

7. Упростите выражение:  $\cos 2\alpha \cos 3\alpha + \sin 2\alpha \sin 3\alpha$ .

- 1)  $\sin 5\alpha$     2)  $\sin \alpha$     3)  $\cos 5\alpha$     4)  $\cos \alpha$

8. Упростите выражение:  $\sin \alpha \cos 2\alpha - \cos(-\alpha) \sin(-2\alpha)$ .

- 1)  $\cos 3\alpha$     2)  $\cos \alpha$     3)  $\sin \alpha$     4)  $\sin 3\alpha$

9. Упростите выражение:  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) - \cos(\alpha - \beta)$ .

- 1)  $\cos \alpha \cdot \cos \beta$     2)  $-\cos \alpha \cdot \cos \beta$     3)  $-\sin \alpha \cdot \cos \beta$     4)  $\cos \alpha \cdot \sin \beta$

10. Упростите выражение:  $\sin\left(\frac{3\pi}{7} - \alpha\right) \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{7} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{7} - \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{4\pi}{7} + \alpha\right)$ .

- 1) -1    2)  $-\sin \alpha$     3) 1    4) 0

11. Упростите выражение:  $\sin\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ .

- 1) 1    2) -1    3)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     4) 0

12. Вычислите:  $\operatorname{tg} \beta$ , если  $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = -1$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = 3$ .

- 1) -1    2) 0    3) 1    4) 2



## 10.10. Тригонометрические функции двойного угла.

$$\begin{aligned}\sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}, \quad \operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha}\end{aligned}$$

Эти формулы легко выводятся из формул суммы:

$$\begin{aligned}\sin 2\alpha &= \sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \sin \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}\end{aligned}$$

Важно запомнить ещё две формулы для косинуса двойного угла:

$$\begin{aligned}\cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = (1 - \sin^2 \alpha) - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) = 2 \cos^2 \alpha - 1\end{aligned}$$

Итак, Вы сможете использовать одну из трёх формул косинуса двойного угла:

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

**ПРИМЕР.** Вычислить  $\sin 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$   $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ .

**РЕШЕНИЕ:** Для вычисления используем формулу  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ . Из основного тригонометрического тождества  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  и условия задачи следует, что:  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ . Подставляя значения синуса и косинуса в указанную формулу, получаем  $\sin 2\alpha = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{24}{25}$ .

**ОТВЕТ:** 24/25.

**ЗАМЕЧАНИЕ:** Важно понимать, что «двойной угол» – это не обязательно  $2\alpha$ . Под «двойным углом» понимают угол в 2 раза больший какого-то другого угла. Например, угол  $4\alpha$  в 2 раза больше угла  $2\alpha$ . Тогда:

$$\begin{aligned}\sin 4\alpha &= 2 \sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha, \\ \cos 4\alpha &= \cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha \text{ и т.д.}\end{aligned}$$

Угол  $\alpha$  в 2 раза больше угла  $\alpha/2$ . Тогда:

$$\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}.$$

**ЗАМЕЧАНИЕ:** Если Вам встретилось выражение  $\sin \alpha \pm \cos \alpha = a$ , то возведение обеих частей в квадрат часто упрощает решение. Получаем:

$$(\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2 = a^2 \Rightarrow \sin^2 \alpha \pm 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha = a^2 \Rightarrow 1 \pm \sin 2\alpha = a^2$$

### ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ:

1. Вычислить  $\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = 1/5$ .

2. Найдите  $\operatorname{tg} 2\alpha$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 1,5$ .

3. Вычислите:

$$\operatorname{tg} 2\alpha, \text{ если } \sin \alpha = \frac{1}{4}, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$$

4. Вычислите:  $2 \sin 22^\circ 30' \cdot \cos 22^\circ 30'$ .

5. Вычислите:  $(\sin 15^\circ - \cos 15^\circ)^2$ .

6. Упростите выражение:  $\cos 20^\circ \cos 70^\circ$ .

7. Вычислите:  $\cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ$ .

8. Вычислить  $\sin(\frac{3\pi}{2} + 2\alpha)$ , если  $\sin \alpha = -\sqrt{0,7}$

9. Вычислите:  $\sqrt{3}(1 - 2 \sin^2 735^\circ)$

10. Вычислить  $\operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\operatorname{tg}(\alpha/2) = -2$ .



11. Вычислите:  $\frac{4 \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{12}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{12}}$ .

12. Упростите выражение:  $\frac{1 - \operatorname{ctg}^2 15^\circ}{2 \operatorname{ctg} 15^\circ}$ .

13. Вычислите:  
 $a = \operatorname{ctg}^2(630^\circ + 2x)$ , если  $\cos x = 0,5$ .

14. Вычислите:  
 $\operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\cos 2\alpha = -0,28$ ,  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

15. Упростите:  $2 \cos^2 \alpha - \cos 2\alpha$ .

16. Упростите:  $\frac{\sin 2\alpha}{2 \cos^2 \alpha}$ .

17. Вычислите:

$\sin 4\alpha$ , если  $\sin 2\alpha = -0,6$ ,  $135^\circ < \alpha < 180^\circ$ .

18. Упростите выражение:

$$\frac{\cos(2\pi - x) \cos^2(1,5\pi + x)}{\operatorname{tg}(x - \pi) \sin(0,5\pi + x)}$$

## ОТВЕТЫ:

1. -0,92

2. -2,4

3.  $-\frac{\sqrt{15}}{7}$

4.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. 0,5

6.  $\frac{1}{2} \sin 40^\circ$

7.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. 0,4

9. 1,5

10. 0,75

11.  $\frac{2 \cdot \sqrt{3}}{3}$

12.  $-\sqrt{3}$

13.  $a = 3$

14. -0,75

15. 1

16.  $\operatorname{tg} \alpha$

17. -0,96

18.  $0,5 \sin 2x$

## ТЕСТ 10.10.01.

1. Вычислить  $\cos(\pi + 2\alpha)$ , если  $\sin \alpha = \sqrt{0,3}$

1) 0,4

2) -0,4

3) 0,6

4) -0,6

2. Вычислите:  $\cos 2\alpha$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{5}$

1)  $-13/12$

2)  $13/12$

3)  $-12/13$

4)  $12/13$

3. Вычислите:  $\sin 2\alpha$ , если  $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{1}{2}$

1)  $1/2$

2)  $-1/2$

3)  $4/5$

4)  $-4/5$

4. Вычислите:  $3\operatorname{tg} 2\alpha$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 0,5$ .

1) 0

2) 2

3) 4

4) -2

5. Упростите выражение:  $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 15^\circ}{2 \operatorname{tg} 15^\circ}$ .

1)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2)  $\sqrt{3}$

3)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

4) 1

6. Вычислите:  $\operatorname{tg}^2 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{11}}$ .

1)  $112/9$

2)  $12/7$

3)  $4/11$

4)  $11/4$

7. Вычислите:  $\operatorname{tg}^{-2}\left(\frac{7\pi}{2} + 2\alpha\right)$ , если  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

1) 4

2) -4

3) 8

4) -8

8. Вычислите:  $\sqrt{2} \cdot \sin 22,5^\circ \cos 22,5^\circ$ .

1)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2)  $\frac{2}{\sqrt{2}}$

3) 2

4) 0,5



9. Вычислите:  $2\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}$ .

1) 0      2) 0,5      3)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       4) 1

10. Упростите:  $2\sin\alpha\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ .

1)  $\sin 2\alpha$       2)  $-\sin 2\alpha$       3)  $\cos 2\alpha$       4)  $-\cos 2\alpha$

11. Вычислите:  $\left(\cos\frac{\pi}{8}+\sin\frac{\pi}{8}\right)^2$ .

1)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       2)  $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$       3)  $\frac{\sqrt{2}+2}{2}$       4)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

12. Вычислите:  $\cos^2 22^\circ 30' - \sin^2 22^\circ 30'$ .

1)  $\frac{\sqrt{2}+2}{2}$       2)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       3)  $\frac{1}{2}$       4)  $\sqrt{2}$

13. Вычислите:  $\left(\sin\frac{\pi}{12}-\cos\frac{\pi}{12}\right)^2$ .

1)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       2)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       3)  $\frac{1}{2}$       4)  $-\frac{1}{2}$

14. Упростите выражение:  $\sin^2\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) - \sin^2(\pi-\alpha)$ .

- 1)  $\sin 2\alpha$       2)  $-\sin 2\alpha$       3)  $\cos 2\alpha$       4)  $-\cos 2\alpha$

15. Вычислите:  $(\cos 75^\circ + \sin 75^\circ)^2$ .

- 1) 0,5      2) 1      3) 1,5      4) 2,5

16. Упростите:  $\cos^2 \alpha - \cos^2\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ .

- 1)  $\cos 2\alpha$       2)  $\sin 2\alpha$       3)  $-\cos 2\alpha$       4)  $-\sin 2\alpha$

17. Вычислите:  $\frac{2\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}}{\cos^2\frac{\pi}{8}-\sin^2\frac{\pi}{8}}$ .

- 1)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       2)  $\sqrt{2}$       3)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$       4)  $-\sqrt{2}$

18. Упростите выражение:  $\frac{2\tg(\pi-\alpha)}{\cos(\pi-\alpha)\sin(-2\alpha)}$ .

- 1)  $\cos 2\alpha$       2)  $-\frac{1}{\cos \alpha}$       3)  $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$       4)  $-\frac{1}{\cos^3 \alpha}$

19. Вычислите:  $\tg 4\alpha$ , если  $\sin 2\alpha = -0,6$ ,  $135^\circ < \alpha < 180^\circ$ .

- 1) 13/7      2) -24/7      3) 15/7      4) -12/7

20. Вычислить  $\tg \alpha + \ctg \alpha$ , если  $\tg(\alpha/2) = 3$

- 1)  $\frac{25}{12}$       2)  $-\frac{25}{12}$       3)  $\frac{9}{4}$       4)  $-\frac{9}{4}$

21. Вычислите:  $\tg \alpha \cdot \ctg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ , если  $\cos 2\alpha = \frac{1}{3}$ .

- 1) -1/2      2) 1/2      3) 1/4      4) -1/4



22. Упростите выражение:  $\frac{\cos(90^\circ - \alpha)}{\cos\frac{\alpha}{2}}$ .  
 1)  $2\sin\frac{\alpha}{2}$     2)  $\sin\frac{\alpha}{2}$     3)  $\sin 2\alpha$     4)  $2\sin\alpha$

23. Упростите:  $\frac{\cos 2\alpha + 1}{\sin 2\alpha}$ .  
 1)  $\sin\alpha$     2)  $\cos\alpha$     3)  $\operatorname{tg}\alpha$     4)  $\operatorname{ctg}\alpha$

24. Упростите:  $\cos 2\alpha + 2\sin^2(-\alpha)$ .  
 1) -1    2) 0    3) 1    4)  $\cos^2\alpha$

25. Упростите выражение:  $\frac{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha - \cos 2\alpha}$ .  
 1)  $\operatorname{tg}\alpha$     2)  $\operatorname{ctg}\alpha$     3)  $\sin\alpha$     4)  $\cos\alpha$

26. Упростите выражение:  $\frac{\cos 160^\circ}{\cos^4 10^\circ - \sin^4 10^\circ}$ .  
 1) -1    2) 1    3)  $-\cos 40^\circ$     4)  $\cos 40^\circ$

### ТЕСТ 10.10.02.

1. Вычислить  $\sin(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha)$ , если  $\cos\alpha = -\sqrt{0,2}$   
 1) 0,2    2) -0,2

3) 0,6    4) -0,6

2. Найдите:  $21 \cdot \operatorname{tg} 2\alpha$ , если  $\operatorname{tg}\alpha = 1,1$ .  
 1) -220    2) 160

3) -130    4) 80

3. Найдите:  $\operatorname{tg} 2\alpha$ , если  $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ .  
 1)  $\frac{6\sqrt{2}}{7}$     2)  $\frac{-6\sqrt{2}}{7}$

3)  $\frac{2\sqrt{2}}{9}$     4)  $-\frac{2\sqrt{2}}{9}$

4. Вычислить  $\sin 2\alpha$ , если  $\operatorname{tg}\alpha = 1/2$   
 1) 0,4    2) -0,4

3) 0,8    4) -0,8

5. Вычислить  $\cos 2\alpha$ , если  $\operatorname{tg}\alpha = 1/4$   
 1)  $\frac{1}{16}$     2)  $\frac{15}{17}$     3)  $\frac{15}{16}$     4)  $\frac{1}{17}$

6. Вычислите:  $\operatorname{tg} 2\alpha$ , если  $\sin(\alpha - 90^\circ) = \frac{5}{13}$ ,  $\sin\alpha < 0$ .

1)  $-113/112$     2)  $-120/119$     3)  $112/111$     4)  $145/144$

7. Вычислите:  $\frac{2\operatorname{tg} 75^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 75^\circ}$ .

1)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     2)  $\sqrt{3}$     3)  $-\frac{1}{\sqrt{3}}$     4) 1

8. Вычислите:  $A = \operatorname{tg}^{-2}\left(\frac{\pi}{2} + 4\alpha\right)$ , если  $\sin 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{6}}$

1)  $5/4$     2)  $4/3$     3)  $-5/6$     4)  $-6/5$

9. Вычислите:  $\sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}$ .  
 1)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$     2)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     3)  $\frac{1}{2}$     4)  $\sqrt{2}$



10. Вычислите:  $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ .  
1) 1      2)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       3)  $\frac{1}{2}$       4)  $\frac{1}{4}$

11. Упростите выражение:  $\sin \alpha \sin(90^\circ - \alpha)$ .  
1)  $\sin 2\alpha$       2)  $\frac{1}{2} \sin 2\alpha$       3)  $\frac{1}{2} \sin \alpha$       4)  $2 \sin 2\alpha$

12. Вычислите:  $\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12}$ .  
1)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       2)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       3)  $\frac{1}{2}$       4)  $-\frac{1}{2}$

13. Вычислите:  $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$ .  
1)  $\frac{\sqrt{2} + 2}{2}$       2)  $\frac{1}{2}$       3)  $\sqrt{2}$       4)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

14. Упростите выражение:  $\cos(2\pi - \alpha) \cos(2\pi + \alpha) - \sin^2 \alpha$ .  
1)  $\sin 2\alpha$       2)  $-\sin 2\alpha$       3)  $\cos 2\alpha$       4)  $-\cos 2\alpha$

15. Вычислите:  $1,5 - (\cos 15^\circ - \sin 15^\circ)^2$ .  
1) 0      2) 0,5      3) 1      4) 1,5

16. Вычислите:  $\frac{2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ}{\cos^2 67,5^\circ - \sin^2 67,5^\circ}$ .  
1)  $\frac{1}{2}$       2)  $\sqrt{2}$       3)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       4)  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

17. Упростите:  $1 + \cos 2\alpha$ .  
1)  $2 \cos^2 \alpha$       2)  $2 \cos \alpha$       3)  $\cos^2 \alpha$       4)  $2 \cos 2\alpha$

18. Упростите:  $\frac{1 - \sin 2\alpha}{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2}$ .  
1) 0,5      2) 1      3)  $\sin \alpha$       4)  $\cos \alpha$

19. Вычислите:  $A = \cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 5$   
1)  $A=1$       2)  $A=2$       3)  $A=4$       4)  $A=6$

20. Вычислите:  $\cos 4\alpha$ , если  $\sin 2\alpha = -0,6$ ,  $135^\circ < \alpha < 180^\circ$ .  
1) -0,12      2) -0,24      3) 0,14      4) 0,28

21. Упростите выражение:  $\frac{\cos(90^\circ - \alpha)}{\sin \frac{\alpha}{2}}$ .

1)  $\frac{1}{2} \cos \alpha$       2)  $2 \cos \frac{\alpha}{2}$       3)  $\frac{1}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$       4)  $2 \cos 2\alpha$

22. Вычислите:  $A = \frac{\sin^2(4x - 540^\circ)}{\cos^2(4x - 540^\circ)}$ , если  $\sin 2x = 3^{-\frac{1}{2}}$ .  
1) 8      2) 1/8      3) 3      4) 1/3

23. Упростите выражение:  $\operatorname{tg} \beta \cdot \left(1 + \frac{1}{\cos 2\beta}\right)$ .  
1)  $\operatorname{ctg} 2\beta$       2)  $\operatorname{tg} 2\beta$       3)  $2 \operatorname{tg} \beta$       4)  $2 \operatorname{ctg} \beta$



24. Вычислите:  $\frac{1-\cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha + \sin 2\alpha}$ , если  $\operatorname{tg}\alpha = 0,3$ .

- 1) 0,6      2) 0,3      3) 10/3      4) 1/2

25. Упростите:  $\operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot (1 - \cos 2\alpha)^2$ .

- 1)  $\sin^2 2\alpha$     2)  $\sin 2\alpha$     3)  $\sin^2 \alpha$     4)  $2\sin^2 \alpha$

26. Упростите:  $1 - 2\sin^2 \alpha + \cos 2\alpha$ .

- 1)  $\cos 2\alpha$     2)  $2\cos 2\alpha$     3)  $2\cos \alpha$     4)  $2\cos^2 \alpha$

100ballov.by



## 10.11. Преобразование в произведение сумм и разностей тригонометрических функций.

Преобразование в произведение сумм и разностей тригонометрических функций осуществляется по формулам:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$$

$$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$$

**ПРИМЕР.** Вычислить  $\frac{\cos 9^\circ + \cos 51^\circ + \sqrt{3} \cos 21^\circ}{2\sqrt{3} \cos 21^\circ}$

**РЕШЕНИЕ:** Т.к.  $\cos 9^\circ + \cos 51^\circ = 2 \cos 30^\circ \cos 21^\circ = \sqrt{3} \cos 21^\circ$ , то:

$$\frac{\cos 9^\circ + \cos 51^\circ + \sqrt{3} \cos 21^\circ}{2\sqrt{3} \cos 21^\circ} = \frac{2\sqrt{3} \cos 21^\circ}{2\sqrt{3} \cos 21^\circ} = 1$$

**ОТВЕТ:** 1.

### ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ:

1. Представьте в виде произведения:

$$\sin 36^\circ + \sin 24^\circ.$$

2. Преобразуйте в произведение:

$$\sin 9\alpha + \sin \alpha.$$

3. Преобразуйте в произведение:

$$\cos \alpha \sin \alpha - \cos \alpha.$$

4. Вычислить

$$\sin \alpha + \sin \beta, \text{ если } \alpha + \beta = 3\pi; \alpha - \beta = \pi/3$$

5. Упростите выражение:

$$\frac{\sin 7\alpha + \sin \alpha}{\cos 7\alpha + \cos \alpha}.$$

6. Преобразуйте в произведение:

$$\cos^2 47^\circ - \cos^2 17^\circ.$$

7. Представить в виде произведения:

$$\cos 2\alpha + 2 \sin 2\alpha \sin 3\alpha - \cos 4\alpha$$

8. Представить в виде произведения:

$$\sin 10\alpha \sin 8\alpha + \sin 8\alpha \sin 6\alpha$$

9. Упростить

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{3} + \frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$$

10. Вычислить  $(\operatorname{tg} 40^\circ + \operatorname{tg} 50^\circ) \cdot \sin 80^\circ$

### **ОТВЕТЫ:**

1.  $\cos 6^\circ$

2.  $2 \sin 5\alpha \cdot \cos 4\alpha$

3.  $-2 \sin 3,5\alpha \cdot \sin 2,5\alpha$

4.  $-\sqrt{3}$

5.  $\operatorname{tg} 4\alpha$

6.  $-\frac{1}{2} \cdot \sin 64^\circ$

7.  $4 \cdot \sin \frac{3\alpha}{2} \cdot \sin 3\alpha \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$

8.  $2 \sin^2 8\alpha \cdot \cos 2\alpha$

9.  $2 \cdot \operatorname{tg} \frac{2\alpha}{3}$

10. 2



## TECT 10.11.01.

1. Представьте в виде произведения:  $\sin 18^\circ + \sin 11^\circ$ .

1)  $2\sin 14,5^\circ \cdot \cos 3,5^\circ$       2)  $2\sin 29^\circ \cdot \cos 7^\circ$       3)  $2\sin 3,5^\circ \cdot \cos 14,5^\circ$       4)  $2\sin 29^\circ \cdot \cos 7^\circ$

2. Преобразуйте в произведение:  $\sin 5\alpha + \sin 3\alpha$ .

1)  $2\sin \alpha \cdot \cos 4\alpha$       2)  $2\sin 4\alpha \cdot \cos \alpha$       3)  $\sin \alpha \cdot \cos 4\alpha$       4)  $\sin 4\alpha \cdot \cos \alpha$

3. Преобразуйте в произведение:  $\sin 8\alpha - \sin 4\alpha$ .

1)  $2\cos 2\alpha \cdot \sin 6\alpha$       2)  $\frac{1}{2}\cos 6\alpha \cdot \sin 2\alpha$       3)  $2\cos 6\alpha \cdot \sin 2\alpha$       4)  $\frac{1}{2}\cos 2\alpha \cdot \sin 6\alpha$

4. Преобразуйте в произведение:  $\cos 27\alpha + \cos 17\alpha$ .

1)  $2 \cdot \cos 22\alpha \cdot \cos 5\alpha$       2)  $2 \cdot \sin 22\alpha \cdot \cos 5\alpha$       3)  $2 \cdot \cos 22\alpha \cdot \sin 5\alpha$       4)  $2 \cdot \sin 22\alpha \cdot \sin 5\alpha$

5. Преобразуйте в произведение:  $\sin^2 42^\circ - \sin^2 12^\circ$ .

1)  $\cos 54^\circ$       2)  $2 \cdot \sin 54^\circ$       3)  $\frac{1}{2} \cdot \cos 54^\circ$       4)  $\frac{1}{2} \cdot \sin 54^\circ$

6. Упростите выражение:  $\frac{\cos 4\alpha + \cos 6\alpha}{\cos \alpha + \cos 9\alpha}$ .

1)  $\frac{\cos 5\alpha}{\cos 4\alpha}$       2)  $\frac{\cos \alpha}{\cos 4\alpha}$

7. Упростите выражение:  $\frac{\sin 5\alpha - \sin \alpha}{\cos 5\alpha - \cos \alpha}$ .

1)  $\operatorname{ctg} 3\alpha$       2)  $-\operatorname{ctg} 3\alpha$

8. Вычислить  $\frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin \alpha - \sin \beta}$ , если  $\alpha + \beta = 2\pi/3$ ;  $\alpha - \beta = \pi/3$

1) 0,5      2) 1      3) 1,5      4) 3

9. Вычислить  $\frac{\sqrt{2}(\cos 25^\circ - \cos 65^\circ)}{\sin 20^\circ}$

1) 0,5      2) 1      3) 1,5      4) 2

10. Представить в виде произведения  $\sin 2\alpha \sin 3\alpha - \frac{1}{2}\cos \alpha + \frac{1}{2}\cos 5\alpha$

1)  $\sin 2\alpha \sin 3\alpha$       2)  $2\sin 2\alpha \sin 3\alpha$       3)  $\frac{1}{2}\sin 2\alpha \cos 3\alpha$       4) 0

11. Упростить  $(\operatorname{tg} 3\alpha - \operatorname{tg} \alpha) \cdot \frac{\cos 3\alpha}{\sin \alpha}$

1) 1.      2).      3)  $\sin 2\alpha \cos 3\alpha$       4)  $\sin 3\alpha \cos 2\alpha$



## ТЕСТ 10.11.02.

1. Представьте в виде произведения:  $\sin 6^\circ + \sin 14^\circ$

1)  $2 \cos 10^\circ \cdot \cos 4^\circ$       2)  $2 \sin 10^\circ \cdot \sin 4^\circ$       3)  $2 \sin 4^\circ \cdot \cos 10^\circ$       4)  $2 \sin 10^\circ \cdot \cos 4^\circ$

2. Представьте в виде произведения:  $\sin 10^\circ + \sin 88^\circ$ .

1)  $2 \cdot \sin 49^\circ \cdot \cos 39^\circ$       2)  $2 \cdot \sin 98^\circ \cdot \cos 78^\circ$       3)  $\frac{1}{2} \cdot \sin 39^\circ \cdot \cos 49^\circ$       4)  $\sin 49^\circ \cdot \cos 39^\circ$

3. Представьте в виде произведения:  $\sin 12^\circ + \sin 7^\circ$ .

1)  $2 \cdot \sin 2,5^\circ \cdot \cos 9,5^\circ$       2)  $2 \cdot \sin 9,5^\circ \cdot \sin 2,5^\circ$       3)  $2 \cdot \cos 9,5^\circ \cdot \cos 2,5^\circ$       4)  $2 \cdot \sin 9,5^\circ \cdot \cos 2,5^\circ$

4. Преобразуйте в произведение:  $\cos 4\alpha - \cos \alpha$ .

1)  $2 \sin 2,5\alpha \cdot \cos 1,5\alpha$       2)  $-2 \sin 2,5\alpha \cdot \sin 1,5\alpha$       3)  $\cos 2,5\alpha \cdot \sin 1,5\alpha$       4)  $-2 \cos 2,5\alpha \cdot \cos 1,5\alpha$

5. Преобразуйте в произведение:  $\cos^2 63^\circ - \cos^2 33^\circ$ .

1)  $\frac{1}{2} \cdot \cos 48^\circ$       2)  $-\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos 6^\circ$       3)  $-\frac{1}{2} \cdot \cos 6^\circ$       4)  $-\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 6^\circ$

6. Упростите выражение:  $\frac{\sin 11\alpha - \sin \alpha}{\cos 11\alpha - \cos \alpha}$ .

1)  $-\operatorname{tg} 6\alpha$       2)  $-\operatorname{ctg} 6\alpha$       3)  $\operatorname{ctg} 6\alpha$       4)  $\operatorname{tg} 5\alpha$

7. Упростите выражение:  $\frac{\cos \alpha + \cos 7\alpha}{\cos 6\alpha + \cos 2\alpha}$ .

1)  $\frac{\cos 3\alpha}{\cos 2\alpha}$       2)  $\frac{\cos 4\alpha}{\cos 3\alpha}$       3)  $\frac{\cos \alpha}{\sin 2\alpha}$       4) 1

8. Вычислить  $\frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\cos \alpha + \cos \beta}$ , если  $\alpha + \beta = 3\pi/2$ ;  $\alpha - \beta = \pi/2$

1) -1      2) 1      3)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       4)  $\frac{1}{2}$

9. Вычислить  $\frac{\sin 40^\circ - \cos 40^\circ}{\sqrt{2} \cos 85^\circ}$

1) -1      2) 1      3)  $\operatorname{tg} 25^\circ$       4)  $-\operatorname{ctg} 25^\circ$

10. Представить в виде произведения  $\sin \alpha + \sin \beta + \sin(\alpha + \beta)$

1)  $\sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$       2)  $4 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$   
3)  $2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$       4)  $\frac{1}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta$

11. Вычислить  $(\operatorname{ctg} 80^\circ + \operatorname{ctg} 10^\circ) \cdot \sin 20^\circ$

1) 1.      2).      3)  $\operatorname{tg} 20^\circ$       4)  $\operatorname{ctg} 20^\circ$



## 10.12. Преобразование произведений в полусумму и полуразность.

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} \cdot (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} \cdot (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} \cdot (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

При нахождении произведения тангенсов или котангенсов, находят отношение произведения синусов к произведению косинусов или наоборот.

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} = \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)}$$

**ПРИМЕР:** Вычислить значение произведения  $\sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 80^\circ$ .

**РЕШЕНИЕ:** Такие Примеры надо решать «тупо в лоб», перемножая в любой последовательности, и упрощая пример, как только появится табличная величина.

$$\begin{aligned} \sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 80^\circ &= (\sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ) \cdot \sin 80^\circ = \frac{1}{2} \cdot (\cos 20^\circ - \cos 60^\circ) \cdot \sin 80^\circ = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sin 80^\circ \cdot \cos 20^\circ - \frac{1}{4} \cdot \sin 80^\circ = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot (\sin 100^\circ + \sin 60^\circ) - \frac{1}{2} \cdot \sin 80^\circ \right) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \sin 100^\circ + \frac{1}{2} \cdot \sin 60^\circ - \frac{1}{2} \cdot \sin 80^\circ \right) = \frac{1}{4} \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8} \end{aligned}$$

(Здесь использовано равенство  $\sin 100^\circ = \sin 80^\circ$ ).

**ОТВЕТ:**  $\frac{\sqrt{3}}{8}$ .

### ТЕСТ 10.12.01.

1. Вычислите:  $8 \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot \sin 52^\circ 30' \cdot \cos 7^\circ 30'$ .

- 1) 1.      2) 2.      3)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .      4) 3.

2. Вычислить  $\sin 43^\circ \sin 17^\circ + \sin^2 13^\circ - 2$

- 1) -2,75.      2) -2,25.      3) -1,75.      4) -0,25

3. Вычислите:  $\sin 70^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 10^\circ$ .

- 1) 0,25.      2) 3/4.      3) 1/8.      4)  $\frac{\sqrt{3}}{8}$

4. Решите выражение:  $4 \sin 25^\circ \sin 35^\circ \sin 85^\circ$ .

- 1) -0,5.      2)  $0,5\sqrt{3}$ .      3)  $-0,5\sqrt{3}$ .      4)  $\cos 15^\circ$ .

5. Решите выражение:  $\cos 24^\circ \cdot (1 + \operatorname{tg} 12^\circ \cdot \operatorname{tg} 24^\circ)$ .

- 1) -2.      2) 2.      3) -1.      4) 1.



6. Вычислите:  $\operatorname{tg}20^\circ \cdot \operatorname{tg}40^\circ \cdot \operatorname{tg}80^\circ$ .

- 1)  $\sqrt{3}$ .      2) 2.      3)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .      4) 3.

### TECT 10.12.02.

1. Вычислить  $\sin 49^\circ \sin 11^\circ + \cos^2 71^\circ + 1$

- 1) 1,25.      2) 0,75.      3) 0,25.      4) -0,25

2. Вычислите:  $\cos 10^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ$ .

- 1) 0,25.      2) 3/4.      3) 1/8.      4)  $\frac{\sqrt{3}}{8}$ .

3. Вычислите:  $4\sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 60^\circ \cdot \sin 80^\circ$ .

- 1) 0,25.      2) 3/4.      3) 1/8.      4) 1.

4. Решите выражение:  $\operatorname{ctg}70^\circ \operatorname{ctg}50^\circ \operatorname{ctg}10^\circ$ .

- 1)  $\sqrt{3}$ .      2) 2.      3)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .      4) 3.

100ballov.by



## 10.13. Формулы понижения степени и формулы половинного угла.

Из формул косинуса двойного угла можно получить формулы понижения степени и формулы половинного угла.

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 \Rightarrow 2\cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \Rightarrow 2\sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

Итак, мы получили формулы понижения степени:

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2},$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2},$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}.$$

Эти же формулы, записанные в виде:

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2},$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2},$$

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha},$$

можно назвать формулами половинного угла.

**ПРИМЕР:** Вычислить  $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)$ , если  $\sin \alpha = 0,2$ .

**РЕШЕНИЕ:** Если Вы увидели квадрат и  $\pi/4$ , то обязательно примените формулу понижения степени:

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\right) = \frac{1}{2}(1 + \sin \alpha) = \frac{1}{2}(1 + 0,2) = 0,6.$$

**ОТВЕТ:** 0,6.

### ТЕСТ 10.13.01.

1. Вычислить  $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)$ , если  $\sin \alpha = -0,4$

- 1) 0,2      2) 0,3.      3) 0,4.      4) 0,5.

2. Упростите:  $\frac{1 + \sin \alpha - 2 \sin^2\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)}{4 \cos \frac{\alpha}{2}}$ .

- 1)  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$       2)  $\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$       3)  $\sin \frac{\alpha}{2}$       4)  $\sin \alpha$



3. Упростите:  $\frac{\operatorname{ctg}^2(45^\circ + \alpha) - 1}{\operatorname{ctg}^2(45^\circ + \alpha) + 1}$ .

- 1)  $-\sin \frac{\alpha}{4}$     2)  $\sin \frac{\alpha}{2}$     3)  $\sin \alpha$     4)  $-\sin 2\alpha$

4. Упростите:  $\frac{\sin 2\alpha - 2 \sin \alpha}{\sin 2\alpha + 2 \sin \alpha}$ .

- 1)  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$     2)  $\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$     3)  $-\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$     4)  $\operatorname{tg} \alpha$

5. Вычислите:  $\sin \frac{\alpha}{2}$ , если  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

- 1)  $\frac{\sqrt{10}}{10}$ .    2)  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ .    3)  $\frac{3}{5}$     4)  $\frac{\sqrt{10}}{5}$

6. Вычислите:  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{2}$ .

- 1) 12/5.    2) 13/5.    3) 13/12.    4) 5/12.

7. Вычислите:  $\operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right)$ , если  $\sin 2\alpha = \frac{1}{3}$ .

- 1) 0,2.    2) 0,3.    3) 0,5.    4) 0,8.

### ТЕСТ 10.13.02.

1. Вычислить  $\sin^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right)$ , если  $\sin \alpha = 0,8$

- 1) 0,1.    2) 0,2.    3) 0,3.    4) 0,4.

2. Упростите:  $\frac{\operatorname{tg}^2(45^\circ + \alpha) - 1}{\operatorname{tg}^2(45^\circ + \alpha) + 1}$ .

- 1)  $-\sin \frac{\alpha}{4}$     2)  $\sin \frac{\alpha}{2}$     3)  $\sin \alpha$     4)  $\sin 2\alpha$

3. Упростите:  $\frac{2 \sin \alpha - \sin 2\alpha}{2 \sin \alpha + \sin 2\alpha}$ .

- 1)  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$     2)  $\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$     3)  $-\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$     4)  $\operatorname{tg} \alpha$

4. Вычислите:  $21 \cos \frac{\alpha}{2}$ , если  $\cos \alpha = \frac{7}{18}$  и  $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

- 1)  $\frac{13}{18}$ .    2) 12.    3) 15.    4) 17,5.

5. Вычислите:  $\cos \alpha$ , если  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$ .

- 1) 0,2.    2) 0,4.    3) 0,6.    4) 0,8.

6. Вычислите:  $A = \operatorname{tg}^{-2} \left( \frac{\pi}{2} + 4\alpha \right)$ , если  $\sin 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{6}}$ .

- 1) 1.    2) 5/4.    3) 7/4.    4) 2.



## 10.14. Преобразования синуса двойного угла.

Если Вам встретилось выражение  $\sin \frac{\alpha}{2} \pm \cos \frac{\alpha}{2} = a$ , то возвведение обеих частей в квадрат часто упрощает решение. Получаем:

$$\left( \sin \frac{\alpha}{2} \pm \cos \frac{\alpha}{2} \right)^2 = a^2 \Rightarrow \sin^2 \frac{\alpha}{2} \pm 2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = a^2 \Rightarrow 1 \pm \sin \alpha = a^2.$$

**Часто используют и обратное преобразование:**

$$1 \pm \sin \alpha = \left( \sin \frac{\alpha}{2} \pm \cos \frac{\alpha}{2} \right)^2$$

**ПРИМЕР:** Вычислить  $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ , если  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

**РЕШЕНИЕ:** С одной стороны:

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{2} \cdot \sin^2 2\alpha$$

С другой стороны:

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 + 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2\alpha = -\frac{1}{2}$$

Получаем:  $1 - \frac{1}{2} \cdot \sin^2 2\alpha = \frac{7}{8}$ .

**ОТВЕТ:**  $\frac{7}{8}$ .

**ВАЖНОЕ ЗАМЕЧАНИЕ:** Сумму или разность шестых степеней расписывайте как сумму или разность кубов:

$$\begin{aligned} \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha &= (\sin^2 \alpha)^3 + (\cos^2 \alpha)^3 = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \cdot (\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha) = \\ &= (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 3 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 1 - \frac{3}{4} \cdot 4 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 1 - \frac{3}{4} \cdot \sin^2 2\alpha \end{aligned}$$

Итого:

$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - \frac{3}{4} \cdot \sin^2 2\alpha.$$

А формула разности:

$$\sin^6 \alpha - \cos^6 \alpha = -\cos 2\alpha \cdot \left( 1 - \frac{1}{4} \cdot \sin^2 2\alpha \right).$$

**Также обратите внимание на преобразование:**

$$\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = \frac{1}{4} \cdot (2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha)^2 = \frac{1}{4} \cdot \sin^2 2\alpha.$$

### ТЕСТ 10.14.01.

1. Упростите:  $\frac{\left( \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \right)^2}{1 + \sin \alpha}$ .

- 1) 0,25.      2) 0,5.      3) 1.      4) 2.



2. Вычислите:  $\sin 2\alpha$ , если  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{2}$ .

- 1) -1.      2) -0,75.      3) 0,75.      4) 1.

3. Найдите:  $\sin \alpha$ , если  $\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} = -\frac{1}{3}$ .

- 1)  $-\frac{8}{9}$ .      2)  $\frac{8}{9}$ .      3)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .      4)  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

4. Упростите и вычислите при  $\alpha = \pi/12$ :  $\frac{1 - \sin^4 2\alpha - \cos^4 2\alpha}{2 \sin^4 2\alpha} + 1$ .

- 1) 1.      2) 2.      3) 3.      4) 4.

5. Вычислите:  $\cos^6 \alpha - \sin^6 \alpha$ , если  $\cos 2\alpha = 0,4$ .

- 1) 0,16.      2) 0,216.      3) 0,256.      4) 0,316.

6. Упростите:  $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ .

- 1) 0,5.      2) 1.      3) 1,5.      4) 2.

### ТЕСТ 10.14.02.

1. Найдите:  $\sin 2\alpha$ , если  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$ .

- 1)  $-\frac{8}{9}$ .      2)  $\frac{8}{9}$ .      3)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .      4)  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

2. Найдите:  $\sin \alpha$ , если  $\cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} = -\frac{1}{2}$ .

- 1)  $\frac{3}{4}$ .      2)  $-\frac{3}{4}$ .      3)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      4)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

3. Упростите:  $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \frac{1}{2} \cdot \sin^2 2\alpha$ .

- 1) 0,5.      2) 1.      3) 1,5.      4) 2.

4. Упростите:  $\sin^6 \alpha - \cos^6 \alpha + \frac{1}{4} \cos^3 2\alpha$ .

- 1)  $\frac{1}{4} \cos 2\alpha$ .      2)  $-\frac{1}{4} \cos 2\alpha$ .      3)  $\frac{3}{4} \cos 2\alpha$ .      4)  $-\frac{3}{4} \cos 2\alpha$ .

5. Вычислите:  $(\cos^6 \alpha + \sin^6 \alpha)$ , если  $\cos 2\alpha = 0,4$ .

- 1) 0,16.      2) 0,216.      3) 0,270.      4) 0,370.



## 10.15. Преобразования.

### Советы:

1. Не пытайтесь придумать схему решения примера от начала до конца.
2. Не пытайтесь преобразовывать сразу весь пример. Продвигайтесь вперёд маленькими шагами.
3. Верьте, что всё будет хорошо.

**ПРИМЕР:** Представить в виде произведения  $1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha$ .

**РЕШЕНИЕ:**

$$\begin{aligned} 1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha &= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \\ &= 2 \cdot \cos^2 \alpha + 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \cos \alpha \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha) \end{aligned}$$

Это были очевидные преобразования. **Теперь преобразуем в произведение:**  $\cos \alpha + \sin \alpha$ .

$$\begin{aligned} \cos \alpha + \sin \alpha &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin \alpha = 2 \cdot \sin \frac{\frac{\pi}{2} - \alpha + \alpha}{2} \cdot \cos \frac{\frac{\pi}{2} - \alpha - \alpha}{2} = \\ &= \sqrt{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \end{aligned}$$

**Запомните это очень важное преобразование.**

Итого общий ответ получится следующим:  $2 \cdot \cos \alpha \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha) = 2\sqrt{2} \cdot \cos \alpha \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ .

**ОТВЕТ:**  $2\sqrt{2} \cdot \cos \alpha \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$

**ВАЖНОЕ ЗАМЕЧАНИЕ:** Очень полезно запомнить и использовать следующие преобразования синуса и косинуса одинакового аргумента:

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos x \right) = \sqrt{2} \cdot \left( \cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin x + \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos x \right) = \sqrt{2} \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

Можно вести преобразования немного иначе.

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos x \right) = \sqrt{2} \cdot \left( \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin x + \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos x \right) = \sqrt{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

Аналогичные преобразования можно произвести, в случае разности синуса и косинуса одинакового аргумента.

$$\sin x - \cos x = \sqrt{2} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos x \right) = \sqrt{2} \cdot \left( \cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin x - \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos x \right) = \sqrt{2} \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

Или:

$$\sin x - \cos x = \sqrt{2} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos x \right) = \sqrt{2} \cdot \left( \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin x - \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos x \right) = -\sqrt{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$$

Похожим образом будем вести преобразования, если перед синусом косинусом одинакового аргумента есть множитель  $\sqrt{3}$ .

$$\sqrt{3} \cdot \sin x + \cos x = 2 \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin x + \frac{1}{2} \cdot \cos x \right) = 2 \cdot \left( \cos \frac{\pi}{6} \cdot \sin x + \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos x \right) = 2 \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$

и так далее.



## TECT 10.15.01.

1. Упростите:  $\frac{1+\tan\alpha}{1-\tan\alpha} - \tan(45^\circ + \alpha)$ .

- 1) -1.      2) 0.      3) 1.      4) 2.

2. Упростить выражение  $\frac{2\sin\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right) - \sqrt{2} \cdot \sin\beta}{2\cos\left(\frac{\pi}{6} + \beta\right) - \sqrt{3} \cdot \cos\beta}$ .

- 1) -1.      2) 1.      3)  $-\sqrt{2} \cdot \cot\beta$       4)  $\sqrt{2} \cdot \tan\beta$

3. Вычислить  $\frac{(1+\tan 10^\circ)\cos 10^\circ}{\sqrt{2} \sin 55^\circ}$

- 1) -1.      2) 1.      3)  $\sin 10^\circ$ .      4)  $\sin 35^\circ$ .

4. Упростите:  $\frac{\sin^2 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} - \sin \alpha$ .

- 1)  $\cos \alpha$ .      2)  $\sin \alpha$ .      3) -1.      4) 1.

5. Упростите и вычислите при  $\alpha = \pi/36$ :  $\frac{\sqrt{3} \cos 3\alpha}{10(\cos 9\alpha + \cos 3\alpha)}$ .

- 1)  $\frac{\sqrt{3}}{10}$       2) 1/10.      3) -1.      4) 1.

6. Упростите и вычислите при  $\alpha = \pi/3$ :  $\frac{1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}{\cos \alpha + 2 \cos^2 \alpha - 1}$ .

- 1) -1.      2) 1.      3)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      4)  $\frac{1}{2}$ .

7. Упростите:  $\frac{1 + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) - \sin^2 x}{\sin 2x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin x \cdot \cos(\pi - 2x)}$ .      1)  $\cos x$ .      2)  $\sin x$ .      3)  $\tan x$ .      4)  $\cot x$ .

8. Упростите:  $\frac{\sqrt{2} \cdot \cos \alpha - 2 \cos(45^\circ - \alpha)}{2 \sin(30^\circ + \alpha) - \sqrt{3} \cdot \sin \alpha} + \sqrt{2} \cdot \tan \alpha$ .      1) -1.      2) 0.      3) 1.      4)  $\sqrt{2} \cdot \tan \alpha$

9. Вычислите:  $\cos 2\alpha$ , если  $\tan \alpha = \frac{1}{5}$ .      1) 5/13.      2) 12/13.      3) 5/12.      4) -5/12.

10. Вычислите:  $\cos \alpha$ , если  $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$ .      1) 0,3.      2) 0,4.      3) 0,6.      4) 0,8.



11. Вычислите:  $\sin \frac{\alpha}{2}$ , если  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

- 1)  $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ .      2)  $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$ .      3)  $\frac{\sqrt{10}}{10}$ .      4)  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ .

12. Вычислите:  $96\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{48} \cos \frac{\pi}{48} \cos \frac{\pi}{24} \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{6}$ . 1) 9.      2) 12.      3) 16.      4) 24.

13. Вычислите:  $\sin 2\alpha$ , если  $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{1}{2}$ . 1)  $-4/5$ .      2)  $-3/5$ .      3)  $3/5$ .      4)  $4/5$ .

14. Вычислите:  $\cos 45^\circ \cdot \sin 3105^\circ + \frac{1}{2} \operatorname{ctg}(-315^\circ) - \cos 270^\circ$ .

- 1) -1.      2) 0.      3) 1.      4) 1,5.

15. Вычислите:  $\frac{3\cos 50^\circ - 4\sin 140^\circ}{\cos 130^\circ}$ . 1) -1.      2) -0,5.      3) 0,5.      4) 1.

16. Вычислите:  $\sin \alpha$ , если  $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) = 3$ . 1) 0,3.      2) 0,4.      3) 0,6.      4) 0,8.

17. Вычислите:  $\frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 0,3$ . 1) 0,3.      2) 0,4.      3) 0,6.      4) 0,8.

18. Вычислите:  $\frac{2\cos^2 \alpha - 1}{8\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)\cos^2\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)}$ . 1) 0,25.      2) 0,4.      3) -0,25.      4) -0,4.

19. Вычислите:  $\frac{2\sin^2 70^\circ - 1}{2\operatorname{ctg} 15^\circ \cdot \cos^2 155^\circ}$ . 1) -1.      2) -0,5.      3) 0,5.      4) 1.

20. Вычислите:  $\operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\alpha = 112^\circ 30'$ . 1)  $\sqrt{2}$ .      2)  $-\sqrt{2}$ .      3)  $\sqrt{2} - 1$ .      4)  $1 - \sqrt{2}$ .

21. Вычислите:  $\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$ , если  $\cos \alpha = 0,7$ . 1) 0,49.      2) 1,4.      3) 1,7.      4) 2.

22. Вычислите:  $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$ , если  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$ . 1) 0,16.      2) 0,28.      3) 0,32.      4) 0,45.

23. Вычислите:  $\sin 2\alpha$ , если  $4\sin^2 \alpha + 3\sin 2\alpha = 4\cos^2 \alpha$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

- 1) -0,3.      2) -0,4.      3) -0,6.      4) -0,8.

24. Вычислите:  $\frac{1}{2\sin 10^\circ} - 2\sin 70^\circ$ .

- 1) -1.      2) -0,5.      3) 0,5.      4) 1.



25. Вычислите:  $\sin 16^\circ + \cos 16^\circ \cdot \tan 37^\circ$ .

- 1) -1.      2) -0,5.      3) 0,5.      4) 1.

26. Вычислите по отдельности:  $\cos 67^\circ 30'$  и  $\cos 75^\circ$ .

- 1)  $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}, \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ .      2)  $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}, \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$   
3)  $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}, \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ .      4)  $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}, \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

27. Вычислите:  $\frac{\operatorname{ctg} 15^\circ + 1}{2 \operatorname{ctg} 15^\circ}$ .

- 1)  $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$       2)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       3)  $\frac{1}{2}$       4)  $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ .

28. Вычислите:  $\frac{\cos \frac{4\pi}{9}}{\sin \frac{19\pi}{18}} + 2 \cos \pi$ .

- 1) -3.      2) -2.      3) -1.      4) 0.

29. Вычислите:  $\frac{\sin 43^\circ + \sin 17^\circ}{2 \cos 13^\circ + 3 \sin 77^\circ}$ .

- 1) 0,1.      2) 0,2.      3) 0,5.      4) 1.

30. Вычислите:  $\left( \frac{\sin 80^\circ + \sin 40^\circ}{\sin 70^\circ} \right)^2$ .

- 1) 1.      2) 2.      3) 3.      4) 4.

31. Вычислите:  $\frac{16 \sin 251^\circ - 10 \cos 161^\circ}{\cos 19^\circ}$ .

- 1) -26.      2) -6.      3) 6.      4) 26.

32. Вычислите:  $\left( \operatorname{tg} \frac{5\pi}{16} + \operatorname{tg} \frac{3\pi}{16} \right) \cdot \cos \frac{\pi}{8}$ .

- 1) -0,5.      2) 0,5.      3) 1.      4) 2.

33. Вычислите:  $\left[ \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) + \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right) \right] \left( 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \right)$ .

- 1) -0,5.      2) 0,5.      3) 1.      4) 2.

34. Вычислите:  $\operatorname{tg} 18^\circ \cdot \operatorname{tg} 288^\circ + \sin 32^\circ \cdot \sin 148^\circ - \sin 302^\circ \cdot \sin 122^\circ$ .

- 1) -1.      2) 0.      3) 0,5.      4) 1.

35. Вычислите:  $2 \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ - \cos 20^\circ$ .

- 1) -1.      2) 0.      3) 0,5.      4) 1.

36. Значение выражения равно:  $\frac{\operatorname{tg} \left( \frac{5\pi}{36} \right) + \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{9} \right)}{1 + \operatorname{tg} \left( \frac{31\pi}{36} \right) \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{9} \right)}$ .

- 1) 1.      2)  $\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{36} \right)$ .      3) -1.      4) нет ответа.



37. Решите выражение:  $\frac{1+\cos 1,1\pi}{\cos 0,6\pi}$ .

- 1)  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{20}$ .      2)  $-\operatorname{tg} \frac{\pi}{20}$ .      3)  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{10}$ .      4)  $\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{20}$ .

38. Решите выражение:  $\sin^3 \frac{23\pi}{24} \cos \frac{\pi}{24} + \cos^3 \frac{23\pi}{24} \sin \frac{\pi}{24}$ .

- 1) 0,375.      2) -0,125.      3) -0,25.      4) 0,125.

39. Решите выражение:  $\frac{\sin^2 \alpha - 4 \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha}$  при  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$ .

- 1) 1.      2) -5/6.      3) 5/6.      4) -1/6.

40. Решите выражение:  $\frac{\cos^2 37^\circ - \sin^2 23^\circ}{\sin 104^\circ}$ .

- 1)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      2) 1.      3) 1/2.      4) 2.

41. Решите выражение:  $\frac{1}{\cos 105^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{\sin 285^\circ}$ .

- 1)  $4\sqrt{2}$ .      2)  $-4\sqrt{2}$ .      3)  $-\frac{2\sqrt{6}}{3}$ .

- 4)  $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ .

### ТЕСТ 10.15.02.

1. Вычислить  $\cos^2 36^\circ - \cos^2 120^\circ - 0,5 \sin 18^\circ - 0,5$ .

- 1)  $-\frac{1}{4}$ .      2)  $-\frac{1}{2}$ .      3)  $\frac{1}{4}$ .      4)  $\frac{1}{2}$ .

2. Упростите:  $\frac{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha - \cos 2\alpha}$ .

- 1)  $\cos \alpha$ .      2)  $\sin \alpha$ .      3) -1.      4)  $\operatorname{ctg} \alpha$ .

3. Упростите:  $\sin^2(30^\circ + \alpha) - \sin^2(30^\circ - \alpha)$ .

- 1)  $\sin 2\alpha$ .      2)  $\frac{\sin 2\alpha}{2}$ .      3)  $\frac{\sqrt{3} \cdot \sin 2\alpha}{2}$ .      4)  $\sqrt{3} \cdot \sin 2\alpha$ .

4. Упростите:  $\frac{\sin \alpha + \sin \frac{\alpha}{2}}{1 + \cos \alpha + \cos \frac{\alpha}{2}}$ .

- 1)  $\sin \frac{\alpha}{2}$ .      2)  $\cos \frac{\alpha}{2}$ .      3)  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ .      4)  $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$ .

5. Упростите:  $1 + \frac{1 - \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$ .

- 1) 0.      2) 1.      3) 2.      4) 3.

6. Упростите:  $(1 - \sin \alpha \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha) + \sin^2 \alpha + 3$ .

- 1) 1.      2) 2.      3) 3.      4) 4.



7. Упростите:  $\frac{\operatorname{tg}\alpha + \sin\alpha}{2\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$ .  
1)  $\operatorname{tg}\alpha$ .      2)  $\cos\alpha$ .      3)  $\sin\alpha$ .      4) -1.

8. Упростите:  $\frac{2(1+\sin 2\alpha - \cos 2\alpha)}{\sin\alpha(\sin\alpha + \cos\alpha)}$ .  
1) -1.      2) 1.      3) 2.      4) 4.

9. Упростите:  $\cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha$ .  
1)  $\operatorname{tg}\alpha$ .      2)  $\cos\alpha$ .      3)  $\sin\alpha$ .      4) 1.

10. Упростите:  $\frac{1 + \operatorname{tg}x \cdot \operatorname{tg}2x}{\operatorname{tg}x + \operatorname{ctg}x}$ .

1)  $\frac{\sin 2x}{2}$       2)  $\frac{1}{2}\operatorname{tg}2x$       3)  $\frac{\sqrt{3} \cdot \sin 2x}{2}$       4)  $\sqrt{3} \cdot \sin 2x$

11. Упростите:  $\sin^2\alpha + \sin(60^\circ + \alpha)\sin(60^\circ - \alpha)$ .  
1) 0,5.      2) 0,75.      3)  $\sin 2\alpha$ .      4)  $\frac{\sin 2\alpha}{2}$

12. Упростите:  $\frac{(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 - 1}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin\alpha \cos\alpha} - 2\operatorname{tg}^2\alpha$ .  
1) 0.      2)  $\operatorname{tg}\alpha$ .      3)  $\cos\alpha$ .      4)  $\sin\alpha$ .

13. Упростите:  $2\sin\alpha \cos\alpha - \frac{\sin\alpha - \sin(\pi + 3\alpha) + \sin 2\alpha}{2\cos\alpha + 1}$ .  
1)  $\operatorname{tg}\alpha$ .      2)  $\cos\alpha$ .      3)  $\sin\alpha$ .  
4) 0.

14. Вычислите:  $\cos(2\alpha - \pi)$ , если  $\sin\alpha = \sqrt{0,2}$ .  
1) -0,6.      2) -0,4.      3) 0,6.      4) 0,4.

15. Вычислите:  $\sqrt{2} \cdot \sin 22,5^\circ \cos 22,5^\circ$ .  
1) 0,5.      2) 1.      3)  $\sqrt{2}$       4) 2.

16. Вычислите:  $21\cos\frac{\alpha}{2}$ , если  $\cos\alpha = \frac{7}{18}$  и  $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

1) 3.      2) 7.      3) 17,5.      4) 18.

17. Вычислите:  $\operatorname{tg}\alpha$ , если  $\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2} = \frac{3}{2}$ .  
1) 5/13.      2) 12/13.      3) 12/5.      4) 13/12.

18. Вычислите:  $\sin 4\alpha$ , если  $\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = -3$ .  
1) 0,24.      2) 0,48.      3) -0,48.      4) 0,96.

19. Вычислите:  $\operatorname{ctg}\alpha$ , если  $\cos 2\alpha = -0,28$ ,  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

1) -0,75.      2) -0,4.      3) 0,25.      4) 0,5.

20. Вычислите:  $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ , если  $\cos 2\alpha = \frac{1}{3}$ .  
1) -0,75.      2) -0,4.      3) 0,25.      4) 1/2.



21. Вычислите:  $A = \cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 5$ .

- 1) 1.                    2) 3.                    3) 4.                    4) 6.

22. Вычислите:  $\operatorname{tg}^2 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{11}}$ .

- 1) 112/9.              2) 112/25.              3) 112/49.              4) 112/81.

23. Вычислите:  $a = \operatorname{ctg}^2(630^\circ + 2x)$ , если  $\cos x = 0,5$ .

- 1) 1.                    2) 2.                    3) 3.                    4) 4.

24. Вычислите:  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right) = a$ ,  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .

- 1)  $\frac{2}{\sqrt{1-a^2}}$ .              2)  $-\frac{2}{\sqrt{1-a^2}}$ .              3)  $-\frac{2}{\sqrt{1+a^2}}$ .              4)  $\frac{2}{\sqrt{1+a^2}}$ .

25. Вычислите:  $\frac{\cos 4\alpha + 1}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}$ , если  $\alpha = 15^\circ$ .

- 1)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .              2)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .              3)  $\frac{3}{4}$ .              4)  $\frac{1}{4}$ .

26. Вычислите:  $\frac{4 \sin(30^\circ + \alpha) \sin(30^\circ - \alpha)}{\cos^2 \alpha}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 0,1$ .

- 1) 0,24.                    2) 0,48.                    3) 0,66.                    4) 0,97.

27. Вычислите:  $y = \frac{\sin 4x \cdot \cos 2x}{(1 + \cos 2x)(1 + \cos 4x)}$ , если  $\operatorname{ctg} x = -\frac{4}{5}$ .

- 1) -1,25.                    2) -0,75.                    3) -0,5.                    4) 0,5.

28. Вычислите:  $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta$ , если  $\frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta)} = \frac{1}{3}$ .

- 1) -0,75.                    2) -0,5.                    3) 0,5.                    4) 0,75.

29. Вычислите:  $\frac{\sin \alpha - 2 \sin 2\alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha - 2 \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 3$ .

- 1) -0,75.                    2) -0,5.                    3) 0,5.                    4) 0,75.

30. Вычислите:  $y = \operatorname{ctg} \alpha - 2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ , если  $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

- 1) 6,4.                    2) 8,2.                    3) 12,4.                    4) 16,8.

31. Вычислите:  $3 \cdot \frac{\sin 2x - \sin 3x + \sin 5x}{1 + \cos x - 2 \sin^2 2x}$ , если  $\sin x = \frac{1}{3}$ .

- 1) 1.                    2) 2.                    3) 3.                    4) 4.

32. Решите выражение:  $\frac{10 + 3 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{5 - 3 \cos^2 \alpha}$  при  $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{1}{2}$ .

- 1) 1.                    2) 2/3.                    3) -2.                    4) 2.



33. Решите выражение:  $\frac{\cos 57^\circ + \cos 33^\circ}{\sin 39^\circ \cdot \sin 51^\circ}$ .

- 1)  $\sqrt{3}$ .      2)  $2\sqrt{3}$ .      3)  $2\sqrt{2}$ .      4)  $\sqrt{2}$ .

34. Решите выражение:  $\frac{\sin 91^\circ - \sin 1^\circ}{9\sqrt{2} \cos 46^\circ + \sqrt{2} \sin 44^\circ}$ .

- 1)  $1/5$ .      2)  $1/9$ .      3)  $\frac{\sqrt{2}}{5}$ .      4)  $0,1$ .

35. Решите выражение:  $\frac{(\cos 80^\circ + \sin 100^\circ) \cdot (\sin 170^\circ - \cos 10^\circ)}{2 \sin 145^\circ \cos 35^\circ}$ .

- 1) 2.      2) -1.      3) -2.      4) 1.

36. Решите выражение:  $\cos^2 \alpha$  при  $\frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha} + \frac{\cos 3\alpha}{\cos \alpha} = 1$ .

- 1)  $5/8$ .      2)  $3/4$ .      3)  $2/3$ .      4)  $0,5$ .

37. Решите выражение:  $\cos(2\alpha - 5\pi)$  при  $\operatorname{ctg} \alpha = 3$ .

- 1) 0,6.      2) 0,8.      3) -0,6.      4) -0,8.

38. Решите выражение:  $\frac{\sin 2\alpha + \cos 2\alpha}{2 \sin 2\alpha - \cos 2\alpha}$  при  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$ .

- 1) -3.      2) 3,2.      3) -3,2.      4) 3,5.

39. Решите выражение:  $2 \sin \alpha + \cos \alpha$  при  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$ ,  $\sin \alpha < 0$ .

- 1) 2,2.      2) -2,2.      3) -2.      4) 2.

40. Решите выражение:  $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$  при  $\sin \alpha = \frac{8}{17}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha < 0$ .

- 1) 0,25 или 4.      2) 4.      3) 0,25.      4) 0,6.

41. Решите выражение:  $\frac{\sqrt{2} \cdot \sin \frac{\pi}{8} - 2 \cos \frac{5\pi}{8}}{\sin \frac{5\pi}{8}}$ .

- 1) -1.      2)  $\sqrt{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{8}$ .      3)  $-\sqrt{2}$ .      4)  $\sqrt{2}$ .



## 10.16. Тригонометрия Базовый уровень. Итоговые тесты.

### ТЕСТ 10.16.01.

1. Вычислите:  $\cos 105^\circ$ .

1)  $\frac{\sqrt{2}}{2}(1 - \sqrt{3})$ .      2)  $\frac{\sqrt{2}}{4}(1 - \sqrt{3})$ .      3)  $\frac{\sqrt{2}}{6}(1 - \sqrt{3})$ .      4)  $\frac{\sqrt{2}}{8}(1 - \sqrt{3})$ .

2. Упростите выражение:  $\sin\left(\frac{9\pi}{7} + \alpha\right)\sin\left(\frac{2\pi}{7} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{9\pi}{7} + \alpha\right)\cos\left(\frac{2\pi}{7} + \alpha\right)$ .

1) 0.      2) -1.      3)  $\sin \alpha$ .      4)  $\cos 2\alpha$ .

3. Упростите выражение:  $\cos^2(\pi - \alpha) + \sin(2\pi - \alpha)\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ .

1)  $\cos \alpha$ .      2)  $\sin \alpha$ .      3)  $\cos 2\alpha$ .      4)  $\sin 2\alpha$ .

4. Вычислите:  $\sin(\alpha + \beta)$ , если  $\sin \alpha = \frac{8}{17}$ ,  $\sin \beta = \frac{15}{17}$ ,  $\alpha, \beta \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

1)  $-\frac{1}{2}$ .      2)  $\frac{1}{2}$ .      3) -1.      4) 1.

5. Вычислите:  $\sin 4\alpha$ , если  $\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = -3$ .

1) -0,48.      2) 0,48.      3) 0,72.      4) 0,96.

6. Вычислите:  $2\sin 75^\circ \cos 75^\circ$ .

1)  $-\frac{1}{2}$ .      2)  $\frac{1}{2}$ .      3)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ .      4)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

7. Вычислите:  $\cos(2\alpha - \pi)$ , если  $\sin \alpha = \sqrt{0,2}$ .

1) -0,6.      2) 0,4.      3) 0,6.      4) 0,8.

8. Найдите:  $\operatorname{tg} 2\alpha$ , если  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{3}{\sqrt{5}}$ .

1)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      2)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .      3)  $\frac{3 \cdot \sqrt{5}}{2}$ .      4)  $\frac{2 \cdot \sqrt{5}}{2}$ .

9. Упростите выражение:  $\frac{\sin 8\alpha + \sin 2\alpha}{\cos 8\alpha + \cos 2\alpha}$ .

1) 1.      2)  $\operatorname{tg} 3\alpha$ .      3)  $\operatorname{tg} 5\alpha$ .      4)  $\operatorname{tg} 6\alpha$ .

10. Вычислите:  $\frac{1 - 4\sin 10^\circ \sin 70^\circ}{2\sin 10^\circ}$ .

1) 0,25.      2) 3/4.      3) 1/8.      4) 1.



11. Решите выражение:  $\operatorname{tg}70^\circ \operatorname{tg}50^\circ \operatorname{tg}10^\circ$ .

- 1)  $\sqrt{3}$ .      2) 2.      3)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .      4) 3.

12. Вычислите:  $A = \frac{\sin^2(4x - 540^\circ)}{\cos^2(4x - 540^\circ)}$ , если  $\sin 2x = 3^{-\frac{1}{2}}$ .

- 1) 2.      2) 4.      3) 6.      4) 8.

13. Вычислите:  $\frac{2\sin\alpha - \sin 2\alpha}{2\sin\alpha + \sin 2\alpha}$ , если  $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = 2$ .

- 1) 1.      2) 2.      3) 3.      4) 4.

14. Решите выражение:  $\cos^2\left(\frac{5\pi}{4} - 2\alpha\right)$  при  $\sin 4\alpha = -0,2$ .

- 1) 0,2.      2) 0,3.      3) 0,4.      4) 0,6.

15. Вычислить  $\frac{\sin^2 32^\circ + \sin 26^\circ}{5\cos^2 32^\circ}$

- 1) 0,2.      2) 0,4.      3) 0,6.      4) 0,8.

16. Найдите:  $\sin\alpha$ , если  $\cos\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$ .

- 1)  $\frac{3}{4}$ .      2)  $-\frac{3}{4}$ .      3)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      4)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

17. Вычислите:  $(\sin^4\alpha + \cos^4\alpha)$ , если  $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

- 1) 0,125.      2) 0,375.      3) 0,625.      4) 0,875.

18. Решите выражение:  $\sin^6\frac{\pi}{8} + \cos^6\frac{9\pi}{8}$ .

- 1) 5/8.      2) 3/4.      3) 2/3.      4) 0,5.

## TECT 10.16.02.

1. Вычислите:  $\operatorname{tg}75^\circ$ .

- 1)  $2 - \sqrt{3}$ .      2)  $2 + \sqrt{3}$ .      3)  $4 - \sqrt{3}$ .      4)  $4 + \sqrt{3}$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sin(-2\alpha)$$

2. Упростите выражение:  $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sin(-2\alpha)}{2 \cdot \operatorname{tg}(\pi + \alpha)}$ .

- 1) -1.      2)  $\cos\alpha$ .      3)  $\cos^2\alpha$ .      4)  $-\cos^3\alpha$ .

3. Упростите выражение:  $\sin(\alpha + \beta) - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \sin(-\beta)$ .

- 1)  $\sin\alpha \cdot \cos\beta$ .      2)  $\sin\alpha \cdot \sin\alpha\beta$ .      3)  $\cos\alpha \cdot \cos\beta$ .      4)  $\cos\alpha \cdot \sin\beta$



4. Вычислить  $\sin \alpha$ , если  $\operatorname{tg}(\alpha/2) = 3$

- 1) -0,6.      2) 0,6.      3) 0,8.      4) -0,8.

5. Упростите:  $\frac{\cos \alpha \cdot \sin 2\alpha}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}$ .

- 1) 1.      2)  $\cos \alpha$ .      3)  $\cos^2 \alpha$ .      4)  $\cos^3 \alpha$ .

6. Упростите:  $\frac{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha - 2\cos^2 \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$ .

- 1) 1.      2) -1.      3)  $\cos \alpha + \sin \alpha$       4)  $-(\cos \alpha + \sin \alpha)$

7. Упростите выражение:  $\frac{\sin 110^\circ}{\cos^4 10^\circ - \sin^4 10^\circ}$ .

- 1) 1.      2) -1.      3) 2.      4) 4.

8. Вычислите:  $3\operatorname{tg} 2\alpha$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 0,5$ .

- 1) 1.      2) -1.      3) 2.      4) 4.

9. Упростите выражение:  $\frac{\cos 7\alpha - \cos 3\alpha}{\sin 7\alpha + \sin 3\alpha}$ .

- 1) -1.      2) 1.      3)  $-\operatorname{tg} 2\alpha$       4)  $\operatorname{tg} 2\alpha$

10. Найти значение разности  $\frac{1}{2\sin 10^\circ} - 2\sin 70^\circ$ .

- 1) 0,25.      2) 3/4.      3) 1/8.

11. Решите выражение:  $32 \cdot \sin^2 70^\circ \sin^2 50^\circ \sin^2 10^\circ$ .

- 1) 1,5.      2) 0,25.      3) 0,5.

12. Вычислите:  $\sqrt{\frac{2\sin \alpha - \sin 2\alpha}{2\sin \alpha + \sin 2\alpha}}$ , если  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 1$ .

- 1) 0,6.      2) 0,8.      3) 1.      4) 2.

13. Вычислить  $\cos^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right)$ , если  $\sin \alpha = -0,6$

- 1) 0,3.      2) 0,4.      3) 0,6.      4) 0,8.

14. Вычислить  $\frac{2\cos^2 16^\circ + 2\cos^2 76^\circ - 3}{\cos^2 44^\circ}$

- 1) -1.      2) -2.      3) 1.      4) 2.

15. Вычислить  $\sin(\pi + \alpha)$ , если  $\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

- 1) 0,5.      2) 1.      3) 1,5.      4) 2.

16. Решите выражение:  $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$  при  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$ .

- 1) 1,28.      2) 0,28.      3) 0,6.      4) -0,36.

17. Вычислить  $\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}$ , если  $\sin x = 0,21$

- 1)  $\pm 1,1$ .      2) 1,1.      3)  $\pm 1,21$ .      4) 1,21